

Формулы сложных процентов в задачах с финансово- экономическим содержанием



Авторы: Алибаева Р.К., учитель математики,
Бондарева Л.А. учитель информатики,
МКОУ Амурская СОШ

Задачи, которые будут рассмотрены сегодня, взяты из жизни. Наша цель – научиться анализировать реальные ситуации с помощью того математического аппарата, которым вы владеете. Очень важно, чтобы вы не только получали ответ, но и могли его истолковать, соотнести с реальностью



Повторение теоретического материала

- Запишите на доске сложных процентов и ее частный случай $[A_n = A_0 \cdot (1 \pm 0,01x_1) \cdot \dots \cdot (1 \pm \pm 0,01x_n); A_n = A_0 \cdot (1 \pm 0,01x)^n.]$
- Объясните смысл входящих в формулу символов [A_0 – начальное значение некоторой величины; A_n – значение, которое получилось в результате нескольких изменений начальной величины; n – количество изменений начальной величины; x – процент изменения].



- Когда применяется общая формула, а когда – ее частный случай? **[Частный случай применяется тогда, когда некоторая величина A_0 изменяется несколько раз на один и тот же процент. Общая формула используется тогда, когда процент изменения не остается одним и тем же].**
- В каких случаях в формуле сложных процентов ставим знак «-», в каких «+»? Приведите примеры. **[Знак «плюс» применяется в задачах о начислении процентов по вкладу в банке, а также при подсчете увеличения цены товара. Знак «минус» применяется при подсчете снижения цены].**

Запишите формулу процентного сравнения.
 $[A > B \text{ на } ((A-B)/B \cdot 100)\%; B < A \text{ на } ((A-B)/A \cdot 100)\%]$.



Проверке домашнего задания

Домашняя задача №1.

Какой процент ежегодного дохода давал банк, если, положив на счет 13 000 руб., вкладчик через 2 года получил 15 730 руб.?

Решение. $A_2 = A_0(1 + 0,01x)^2$,

$$15\,730 = 13\,000(1 + 0,01x)^2,$$

$$(1 + 0,01x)^2 = 1,21,$$

$$1 + 0,01x = 1,1 \text{ или } 1 + 0,01x = -1,1;$$

$x_1 = 10$, $x_2 = -210$ – не подходит по смыслу задачи.

Ответ: банк давал 10% годового дохода.



Сверив свое решение с решениями других ребят, учитель задает *дополнительные вопросы*:

Почему не подходит корень $x_2 = -210$? [Сумма вклада увеличивается, и поэтому процент изменения не может быть отрицательным].

За счет чего банк имеет возможность выплачивать вознаграждение вкладчику? [Полученные от вклада деньги банк использует для выдачи кредитов организациям и частным лицам под проценты. Банк при этом сам получает прибыль и делится частью этой прибыли с вкладчиком].



А если бы x_2 был равен 210? Мы тоже отбросили бы этот корень? [Да, так как это означало бы, что банк выплачивает 210% годовых. Такой процент нереален. Ни один банк не будет давать вкладчику за год в качестве процентных отчислений сумму, которая вдвое превышает сам вклад].

Кроме банка, какие предприятия или частные лица занимаются подобной финансово-кредитной деятельностью? [Ломбард – выдает деньги в залог сданных вещей, выкупать которые приходится за большую цену. Ростовщик – человек, дающий деньги «в рост», т.е. в долг с обязательством выплачивать проценты].



Домашняя задача №2.

Цена товара после двух последовательных снижений на один и тот же процент уменьшилась с 125 до 80 руб. На сколько процентов снижалась цена каждый раз?

Решение. $A_2 = A_0(1 + 0,01x)^2$,

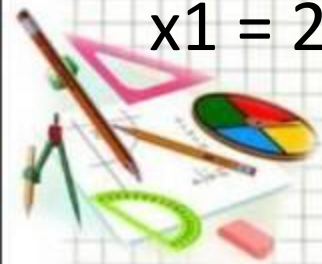
$$80 = 125(1 - 0,01x)^2.$$

$$(1 - 0,01x)^2 = 0,64,$$

$$1 - 0,01x = 0,8 \text{ или } 1 - 0,01x = -0,8;$$

$x_1 = 20$, $x_2 = 180$ – не подходит по смыслу задачи.

Ответ: цена снижалась два раза на 20%.



Решение задач

- **Задача 1.** В осенне-зимний период цена на свежие фрукты возрастала трижды: на 10%, на 20% и на 25%. На сколько процентов возросла зимняя цена по сравнению с летней?
- Решение. Обозначим первоначальную летнюю цену за A_0 , а окончательную через A_3 , так как она установилась после трех изменений. По условию $A_3 = A_0 \cdot (1 + 0,01 \cdot 10) \cdot (1 + 0,01 \cdot 20) \cdot (1 + 0,01 \cdot 25)$, т.е. $A_3 = A_0 \cdot 1,1 \cdot 1,2 \cdot 1,25$, или $A_3 = A_0 \cdot 1,65$.
- По формуле процентного сравнения $(A_3 - A_0) / A_0 \cdot 100\% = (1,65 \cdot A_0 - A_0) / A_0 \cdot 100\% = 65\%$.
- Ответ: цена возросла на 65%.



Задача 2. Владелец магазина купил товар по себестоимости: 51,2 руб. за единицу товара. На пути к прилавку цена поднималась трижды на один и тот же процент. Товар продавался плохо, и коммерсант распорядился трижды сделать скидку на тот же самый процент. В итоге цена оказалась равной 21,6 руб. Найти процент изменения цены.

Решение. Обозначим первоначальную цену через A_0 , а цену после трехкратного повышения через A_3 , а после троекратного понижения – через A_6 .



Отразим условие схемой, на которой x означает процент изменения цены (сначала повышения, потом понижения).

$$\begin{array}{ccccc} A_0 & \cdot (1 + 0,01x)^3 & A_3 & \cdot (1 - 0,01x)^3 & A_6 \\ 51,2 & & & & 21,6. \end{array}$$

Из схемы видно, что $A_3 = 51,2 \cdot (1 + 0,01x)^3$ играет роль начальной цены на этом этапе троекратного понижения, т.е. $A_6 = A_3 \cdot (1 - 0,01x)^3$. Таким образом, приходим к уравнению

$$21,6 = 51,2(1 + 0,01x)^3 \cdot (1 - 0,01x)^3.$$



$$21,6 = 51,2((1 + 0,01x) (1 - 0,01x))^3$$

$$216 = 512 ((1 - (0,01x)^2)^3$$

$$((1 - (0,01x)^2)^3 = 216/512$$

$$((1 - (0,01x)^2)^3 = (6/8)^3$$

$$1 - (0,01x)^2 = 0,75$$

$$(0,01x)^2 = 0,25$$

$0,01x = 0,5$ или $0,01x = -0,5$ — не подходит по
смыслу

Ответ: цену изменили на 50%.



Задача 3. На предприятии выработка продукции возросла за год на 4%, а на следующий год повысилась еще на 8%. Найти средний годовой прирост за эти два года.

Решение:

Можно ли дать ответ, вычислив среднее арифметическое $(8+4) / 2 = 6\%$? **[Нет, так как во втором случае находим процент от большей величины].**

с одной стороны, $A_2 = A_0 \cdot (1 + 0,04) \cdot (1 + 0,08)$,

с другой стороны, $A_2 = A_0 \cdot (1 + 0,01x)^2$, где x – средний одинаковый для каждого года, процент прироста продукции.

Выполнить решение задачи дома.



Литература

Фирсова М.М. Урок решения задач с
экономическим содержанием. //
Математика в школе. №8. 2002. стр. 36-38.

